

## От автора

Настоящий сборник самостоятельных, контрольных и зачетных работ по алгебре для 9 класса будет полезен при работе как по УМК Ю.Н. Макарычева и др., так и по УМК А.Г. Мордковича (при определенном изменении порядка следования работ).

Предлагаемые задания могут быть использованы на любом этапе обучения: при изучении, повторении и закреплении материала, актуализации опорных знаний и др.

В пособии представлены 30 самостоятельных, 8 контрольных и 5 зачетных работ. Самостоятельные и контрольные работы приведены в 4 вариантах (два уровня сложности), зачетные работы – в 2 вариантах. Ко всем заданиям даны ответы. На выполнение самостоятельной работы отводится 15–20 мин, контрольной работы – 40–45 мин, зачетной работы – 85–90 мин (в связи с чем зачетная работа может проводиться факультативно или выдаваться на дом).

Приведенные материалы избыточны и могут быть использованы при работе как в классе, так и дома. Рекомендуем задействовать различные формы контроля знаний, так как каждая из них дополняет другую.

Преподавательская практика показывает, что предлагаемый подбор задач позволяет эффективно освоить материал 9 класса и подготовить учащихся к ОГЭ и ЕГЭ по изученным темам.

Надеемся, что пособие поможет учителям при подготовке и проведении уроков, а также школьникам при изучении материала, закреплении и систематизации знаний.

Желаем успехов!

### Основные темы курса алгебры в 9 классе

Тема 1. Квадратичная функция.

Тема 2. Уравнения и неравенства с одной переменной.

Тема 3. Уравнения и неравенства с двумя переменными.

Тема 4. Арифметическая и геометрическая прогрессии.

Тема 5. Элементы комбинаторики и теории вероятностей.

### Требования к уровню подготовки учащихся

В результате изучения курса учащиеся должны овладеть следующими навыками и умениями, представляющими обязательный минимум:

- иметь понятие о функциях и их основных свойствах;
- уметь строить графики квадратичных функций;
- знать определения степенной функции и корня  $n$ -й степени;
- уметь решать целые и дробные рациональные уравнения;
- уметь решать неравенства второй степени с одной переменной;

- уметь применять метод интервалов для решения неравенств;
- иметь представление об уравнении с двумя переменными и его графике;
- уметь решать системы уравнений второй степени с двумя переменными;
- иметь представление о неравенствах с двумя переменными и их системах;
- знать основные сведения о последовательностях;
- уметь решать типовые задачи, связанные с арифметической и геометрической прогрессиями;
- иметь представление о простейших комбинаторных задачах;
- уметь находить вероятность равновозможных событий.

### **Выполнение заданий и их оценивание**

Контрольные и самостоятельные работы по всем разделам и темам курса имеют два уровня сложности. При этом варианты 1 и 2 соответствуют базовому уровню сложности, варианты 3 и 4 – усложненному уровню. Варианты одного уровня сложности содержат по пять заданий (примерно равноценной сложности). Самостоятельные работы охватывают материал отдельных разделов, контрольные работы – материал всей темы. Задания самостоятельной работы в основном проще заданий контрольной работы.

Рекомендуемые критерии оценки:

- 3 решенные задачи – отметка «3»;
- 4 решенные задачи – отметка «4»;
- 5 решенных задач – отметка «5».

Учитывая повышенную сложность вариантов 3 и 4, при подведении итогов к набранным школьниками баллам можно добавить 1–2 балла (в зависимости от сложности работы).

Зачетные работы (в двух вариантах) соответствуют одному уровню сложности. Внутри работы имеется градация по степени сложности задач (группы А, В и С). Группа А (пять задач) содержит базовые задания, каждое из которых оценивается в 1 балл, группа В (три задачи) соответствует повышенному уровню сложности. Задания оцениваются в 2 балла. Группа С (две задачи) содержит самые трудные задания, которые оцениваются в 3 балла.

Рекомендуемые критерии оценки:

- 5 баллов – отметка «3»;
- 10 баллов – отметка «4»;
- 13 баллов – отметка «5».

Разумеется, все приведенные рекомендации не являются догмой и могут быть пересмотрены в соответствии с реальной ситуацией: количеством часов, отводимых на изучение курса, степенью подготовленности класса, сложностью и значимостью рассматриваемой темы и т. д.

# САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ РАБОТЫ

---

---

## 1. Функция. Область определения и область значений функции

### Вариант 1

1. Функция задана формулой  $f(x) = 2x^2 - 3$ . Найдите произведение  $f(-1) \cdot f(2)$ .

2. Найдите область определения функции  $y = \frac{3x - 2}{x^2 - x - 6}$ .

3. Задана функция  $f(x) = -3x + 1$ , где  $-2 \leq x \leq 3$ . Найдите область значений функции.

4. Дана функция  $y = 3 - 2x$ . Найдите зависимость переменной  $x$  от величины  $y$ .

5. Высота подъема  $h$  (м) тела, брошенного вертикально вверх с начальной скоростью  $v_0$  (м/с), вычисляется по формуле  $h = \frac{v_0^2}{2g}$  ( $g \approx 10$  м/с<sup>2</sup>). При какой скорости  $v_0$  высота подъема  $h = 20$  (м)?

### Вариант 2

1. Функция задана формулой  $f(x) = 3x^2 - 2$ . Найдите произведение  $f(-2) \cdot f(1)$ .

2. Найдите область определения функции  $y = \frac{2x - 3}{x^2 + x - 6}$ .

3. Задана функция  $f(x) = -2x + 3$ , где  $-2 \leq x \leq 3$ . Найдите область значений функции.

4. Дана функция  $y = 5 - 3x$ . Найдите зависимость переменной  $x$  от величины  $y$ .

5. Высота подъема  $h$  (м) тела, брошенного вертикально вверх с начальной скоростью  $v_0$  (м/с), вычисляется по формуле  $h = \frac{v_0^2}{2g}$  ( $g \approx 10$  м/с<sup>2</sup>). При какой скорости  $v_0$  высота подъема  $h = 80$  (м)?

### Вариант 3

1. Дана функция  $f(x) = \begin{cases} 2x - 1, & \text{если } x < 2, \\ x^2 + 5, & \text{если } x \geq 2. \end{cases}$  Найдите произведение  $f(-4) \cdot f(3)$ .

2. Найдите области определения и значений функции

$$y = \sqrt{2x - 4} + 3.$$

3. Задана функция  $f(x) = x^2 + 3$ , где  $-2 \leq x \leq 3$ . Найдите область значений функции.

4. Дана функция  $y = \frac{x+3}{1-x}$ . Найдите зависимость переменной  $x$  от величины  $y$ .

5. Поезд сначала ехал 2 ч со скоростью 50 км/ч, а затем еще 3 ч со скоростью 70 км/ч. Задайте зависимость пройденного пути  $S$  (км) от времени движения  $t$  (ч) (где  $0 \leq t \leq 5$ ).

### Вариант 4

1. Дана функция  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & \text{если } x \leq 3, \\ 3x + 2, & \text{если } x > 3. \end{cases}$  Найдите произведение  $f(-2) \cdot f(4)$ .

2. Найдите области определения и значений функции

$$y = \sqrt{3x + 6} + 2.$$

3. Задана функция  $f(x) = x^2 - 1$ , где  $-3 \leq x \leq 2$ . Найдите область значений функции.

4. Дана функция  $y = \frac{3-x}{x+1}$ . Найдите зависимость переменной  $x$  от величины  $y$ .

5. Поезд сначала ехал 3 ч со скоростью 50 км/ч, а затем еще 2 ч со скоростью 70 км/ч. Задайте зависимость пройденного пути  $S$  (км) от времени движения  $t$  (ч) (где  $0 \leq t \leq 5$ ).

## 2. Свойства функций

### Вариант 1

1. Постройте график функции  $y = 4 - 2x$ . Является ли эта функция возрастающей или убывающей?

2. Прямая  $y = kx + b$  проходит через точку  $A(5; 1)$  и имеет угловой коэффициент  $k = -0,4$ . Напишите уравнение этой прямой.

3. Найдите координаты точек пересечения графика функции  $y = x^2 - 1$  с осями координат.

4. Найдите площадь треугольника, ограниченного прямой  $y = 3x - 6$  и осями координат.

5. Определите значение параметра  $a$ , при котором кривая  $y = x^2 - 6x + a$  касается оси абсцисс. Найдите координаты точки касания.

## Вариант 2

1. Постройте график функции  $y = 3x - 6$ . Является ли эта функция возрастающей или убывающей?

2. Прямая  $y = kx + b$  проходит через точку  $A(-6; -5)$  и имеет угловой коэффициент  $k = 0,5$ . Напишите уравнение этой прямой.

3. Найдите координаты точек пересечения графика функции  $y = 4 - x^2$  с осями координат.

4. Найдите площадь треугольника, ограниченного прямой  $y = 4 - 2x$  и осями координат.

5. Определите значение параметра  $a$ , при котором кривая  $y = x^2 + 4x + a$  касается оси абсцисс. Найдите координаты точки касания.

## Вариант 3

1. Постройте график функции  $y = 2x + |x| - 1$ . Является ли эта функция возрастающей или убывающей?

2. Прямая  $y = kx + b$  проходит через точки  $A(-6; 4)$  и  $B(3; 1)$ . Напишите уравнение этой прямой.

3. Найдите координаты точек пересечения графика функции  $y = \frac{|x| - 1}{x + 2}$  с осями координат.

4. Найдите площадь треугольника, ограниченного графиком функции  $y = 4 - |x|$  и осью абсцисс.

5. Определите значение параметра  $a$ , при котором прямая  $y = ax - 4$  касается кривой  $y = x^2 + (a - 8)x + a$ . Найдите координаты точки касания.

## Вариант 4

1. Постройте график функции  $y = -2x + |x| + 3$ . Является ли эта функция возрастающей или убывающей?

2. Прямая  $y = kx + b$  проходит через точки  $A(-8; -5)$  и  $B(4; -2)$ . Напишите уравнение этой прямой.

3. Найдите координаты точек пересечения графика функции  $y = \frac{2 - |x|}{x + 3}$  с осями координат.

4. Найдите площадь треугольника, ограниченного графиком функции  $y = |x| - 2$  и осью абсцисс.

5. Определите значение параметра  $a$ , при котором прямая  $y = ax - 5$  касается кривой  $y = x^2 + (a + 6)x + a$ . Найдите координаты точки касания.

### 3. Квадратный трехчлен

#### Вариант 1

1. Найдите корни квадратного трехчлена  $2x^2 + 3x - 20$ .
2. При каких значениях параметра  $a$  трехчлен  $-2x^2 + x + a$  не имеет корней?
3. Напишите квадратный трехчлен с целыми коэффициентами, который имеет корни  $-\frac{1}{2}$  и  $\frac{2}{3}$ .
4. Постройте график функции  $y = \frac{x^2 + x - 6}{x - 2}$ . При каких значениях  $x$  функция принимает отрицательные значения?
5. Периметр прямоугольника равен 48 см. Найдите его площадь, если она наибольшая из всех возможных.

#### Вариант 2

1. Найдите корни квадратного трехчлена  $-3x^2 + 13x - 4$ .
2. При каких значениях параметра  $a$  трехчлен  $3x^2 - x + a$  не имеет корней?
3. Напишите квадратный трехчлен с целыми коэффициентами, который имеет корни  $-\frac{2}{3}$  и  $\frac{1}{4}$ .
4. Постройте график функции  $y = \frac{x^2 - 2x - 8}{x + 2}$ . При каких значениях  $x$  функция принимает положительные значения?
5. Периметр прямоугольника равен 56 см. Найдите его площадь, если она наибольшая из всех возможных.

#### Вариант 3

1. Найдите корни квадратного трехчлена  $x^2 + x - a^2 + a$  (где  $a$  – некоторое число).
2. При каких значениях параметра  $a$  трехчлен  $3x^2 + (2a - 1)x + 12 - 6a$  имеет корни противоположных знаков?
3. Пусть квадратный трехчлен  $3x^2 + 5x - 4$  имеет корни  $x_1$  и  $x_2$ . Напишите квадратный трехчлен с целыми коэффициентами, который имеет корни  $2x_1$  и  $2x_2$ .

4. Постройте график функции  $y = \frac{(x-1)(x^2-x-6)}{x^2+x-2}$ .

5. Стороны прямоугольника равны 11 см и 7 см. Большую его сторону уменьшили на  $a$  см, меньшую – увеличили на такое же число сантиметров. Найдите площадь полученного прямоугольника, если она наибольшая из всех возможных.

## Вариант 4

1. Найдите корни квадратного трехчлена  $x^2 - 3x - a^2 - 3a$  (где  $a$  – некоторое число).

2. При каких значениях параметра  $a$  трехчлен  $2x^2 - (a - 3)x + 12 + 4a$  имеет корни противоположных знаков?

3. Пусть квадратный трехчлен  $5x^2 - 3x - 4$  имеет корни  $x_1$  и  $x_2$ . Напишите квадратный трехчлен с целыми коэффициентами, который имеет корни  $3x_1$  и  $3x_2$ .

4. Постройте график функции  $y = \frac{(x+3)(x^2-3x+2)}{x^2+x-6}$ .

5. Стороны прямоугольника равны 13 см и 9 см. Большую его сторону уменьшили на  $a$  см, меньшую – увеличили на такое же число сантиметров. Найдите площадь полученного прямоугольника, если она наибольшая из всех возможных.

## 4. Функции $y = ax^2$ , $y = ax^2 + n$ , $y = a(x - m)^2$ , их графики и свойства

### Вариант 1

1. График функции  $y = ax^2$  проходит через точку  $A(-4; -8)$ . Найдите коэффициент  $a$ .

2. Постройте график функции  $y = -x^2 + 4$ . Найдите точки пересечения графика функции с осями координат.

3. Определите координаты вершины параболы  $y = -7(x + 3)^2$ .

4. Постройте график функции  $y = \frac{x^3 + x^2}{x + 1}$ .

5. Площадь круга  $S$  (см<sup>2</sup>) вычисляется по формуле  $S = \pi r^2$  (где  $r$  – радиус круга). Найдите зависимость величины  $r$  от  $S$ .

### Вариант 2

1. График функции  $y = ax^2$  проходит через точку  $A(-5; 5)$ . Найдите коэффициент  $a$ .

2. Постройте график функции  $y = x^2 - 9$ . Найдите точки пересечения графика функции с осями координат.

3. Определите координаты вершины параболы  $y = 5(x - 2)^2$ .

4. Постройте график функции  $y = \frac{-x^3 + x^2}{x - 1}$ .

5. Площадь поверхности куба  $S$  (см<sup>2</sup>) вычисляется по формуле  $S = 6a^2$  (где  $a$  – ребро куба). Найдите зависимость величины  $a$  от  $S$ .

### Вариант 3

1. График функции  $y = a(x + 2)^2$  проходит через точку  $A(-5; -3)$ . Найдите коэффициент  $a$ .

2. Постройте график функции  $y = 2x^2 - 8$ . Найдите точки пересечения графика функции с осями координат.

3. Определите координаты вершины параболы  $y = 2(x - 3)^2 + 5$ .

4. Постройте график функции  $y = \frac{x^3 - x^2 - 2x + 2}{x - 1}$ .

5. По периметру квадратной клумбы со стороной  $a$  (м) выложен бордюр из плитки шириной  $x$  (м). Напишите зависимость площади  $S$  (м<sup>2</sup>) бордюра от величины  $x$ .

### Вариант 4

1. График функции  $y = a(x - 3)^2$  проходит через точку  $A(5; 2)$ . Найдите коэффициент  $a$ .

2. Постройте график функции  $y = 4 - 4x^2$ . Найдите точки пересечения графика функции с осями координат.

3. Определите координаты вершины параболы  $y = 3(x + 2)^2 - 7$ .

4. Постройте график функции  $y = \frac{-x^3 - 2x^2 + 3x + 6}{x + 2}$ .

5. По периметру прямоугольной клумбы со сторонами  $a$  (м) и  $2a$  (м) выложен бордюр из плитки шириной  $x$  (м). Напишите зависимость площади  $S$  (м<sup>2</sup>) бордюра от величины  $x$ .

## 5. Построение графика квадратичной функции

### Вариант 1

1. Выделите квадрат двучлена в зависимости  $y = x^2 + 4x + 7$ . Укажите координаты вершины этой параболы и постройте график функции.

2. Найдите промежуток возрастания функции  $y = -x^2 + 6x - 5$ .

3. Область значений функции  $y = x^2 - 2x + a$  равна  $[5; +\infty)$ . Найдите коэффициент  $a$ .

4. Парабола  $y = ax^2 + bx + c$  расположена ниже оси абсцисс. Укажите знаки коэффициентов  $a$  и  $c$ .

5. Найдите расстояние между нулями функции  $y = 2x^2 - 3x - 4$ .

### Вариант 2

1. Выделите квадрат двучлена в зависимости  $y = -x^2 + 6x - 4$ . Укажите координаты вершины этой параболы и постройте график функции.



2. Найдите промежуток возрастания функции  $y = x^2 + 4x - 11$ .
3. Область значений функции  $y = -x^2 - 2x + a$  равна  $(-\infty; 3]$ . Найдите коэффициент  $a$ .
4. Парабола  $y = ax^2 - bx + c$  расположена выше оси абсцисс. Укажите знаки коэффициентов  $a$  и  $c$ .
5. Найдите расстояние между нулями функции  $y = 2x^2 + 5x - 1$ .

### Вариант 3

1. Постройте график функции  $y = (1 - x)(x + 3)$  и укажите координаты вершины параболы.
2. Найдите промежуток, на котором возрастают и функция  $f(x) = x^2 + 6x - 5$ , и функция  $g(x) = -x^2 + 2x - 8$ .
3. Найдите область значений функции  $y = 2x^2 + 5x + 3$ , если  $x \in [-2; 2]$ .
4. Парабола  $y = ax^2 + bx + c$  расположена выше оси абсцисс, а ее вершина находится в первой координатной четверти. Определите знаки коэффициентов  $a$ ,  $b$ ,  $c$ .
5. Найдите площадь треугольника, вершинами которого являются точки пересечения графика функции  $y = 2x^2 + x - 3$  с осями координат.

### Вариант 4

1. Постройте график функции  $y = (3 - x)(x + 1)$  и укажите координаты вершины параболы.
2. Найдите промежуток, на котором возрастают и функция  $f(x) = x^2 - 4x + 7$ , и функция  $g(x) = -x^2 + 8x + 3$ .
3. Найдите область значений функции  $y = -2x^2 - 3x + 1$ , если  $x \in [-2; 2]$ .
4. Парабола  $y = ax^2 + bx + c$  расположена ниже оси абсцисс, а ее вершина находится в четвертой координатной четверти. Определите знаки коэффициентов  $a$ ,  $b$ ,  $c$ .
5. Найдите площадь треугольника, вершинами которого являются точки пересечения графика функции  $y = 2x^2 - x - 10$  с осями координат.

## 6. Степенная функция. Корень $n$ -й степени

### Вариант 1

1. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции  $y = (x - 2)^3$  на отрезке  $[-1; 4]$ .
2. Дана функция  $f(x) = 2(x - 1)^4$ . Найдите значение выражения  $2f(0) - 3f(1) + 4f(2)$ .

3. Найдите значение выражения  $10\sqrt[4]{\frac{16}{625}} - (2\sqrt[3]{3})^3 + (\sqrt{7})^0$ .

4. Докажите, что выражение  $2\sqrt{x}\left(\frac{1}{\sqrt{x}-5} + \frac{1}{\sqrt{x}+5}\right) + \frac{100}{25-x}$  не зависит от переменной, и найдите значение этого выражения.

5. Решите уравнение  $(4x^2 - 3x)^5 = (3x)^5$ .

### Вариант 2

1. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции  $y = -(x+1)^3$  на отрезке  $x \in [-3; 2]$ .

2. Дана функция  $f(x) = 3(x+1)^4$ . Найдите значение выражения  $3f(-2) - 5f(-1) + 2f(0)$ .

3. Найдите значение выражения  $10\sqrt[3]{\frac{8}{125}} - (2\sqrt[4]{3})^4 + (\sqrt{5})^0$ .

4. Докажите, что выражение  $3\sqrt{x}\left(\frac{1}{\sqrt{x}-4} + \frac{1}{\sqrt{x}+4}\right) + \frac{96}{16-x}$  не зависит от переменной, и найдите значение этого выражения.

5. Решите уравнение  $(3x^2 - 2x)^5 = (2x)^5$ .

### Вариант 3

1. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции  $y = 3(x+1)^4 - 5$  на отрезке  $x \in [-2; 1]$ .

2. Дана функция  $f(x) = \begin{cases} 4(x+2)^3, & \text{если } x < -3, \\ x-1, & \text{если } -3 \leq x \leq 3, \\ x^3 - 25, & \text{если } x > 3. \end{cases}$  Найдите значение

выражения  $2f(-4) + 3f(2) + f(4)$ .

3. Найдите значение выражения  $6\sqrt[4]{7\frac{58}{81}} + 4\sqrt[3]{-3\frac{3}{8}} + (\sqrt[5]{7})^0$ .

4. Докажите, что выражение  $\frac{x-15}{\sqrt{x+1}-4} - \frac{x-3}{2+\sqrt{x+1}}$  не зависит от переменной, и найдите значение этого выражения.

5. Решите уравнение  $(x^2 + 27x - 57)^2 = (x^2 - 3x + 1)^2$ .

### Вариант 4

1. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции  $y = -2(x-3)^4 + 7$  на отрезке  $x \in [2; 5]$ .

2. Дана функция  $f(x) = \begin{cases} 2(x+1)^3, & \text{если } x < -2, \\ x, & \text{если } -2 \leq x \leq 2, \\ x^3 - 6, & \text{если } x > 2. \end{cases}$  Найдите значение

12 выражения  $2f(-3) + 5f(1) + 3f(3)$ .

3. Найдите значение выражения  $4\sqrt[4]{5\frac{1}{16}} + 6\sqrt[3]{-2\frac{10}{27}} + (\sqrt[6]{3})^0$ .

4. Докажите, что выражение  $\frac{x-4}{\sqrt{x-3}+1} - \frac{x-12}{3+\sqrt{x-3}}$  не зависит от переменной, и найдите значение этого выражения.

5. Решите уравнение  $(x^2 - 12x + 20)^2 = (x^2 + 2x - 12)^2$ .

## 7. Целое уравнение и его корни

### Вариант 1

1. Найдите сумму корней уравнения  $|4x - 7| = |11 - 6x|$ .

2. Найдите сумму квадратов корней уравнения  $144x^2 = (x^2 + 35)^2$ .

3. Решите уравнение  $(x^2 + 4x)(x^2 + 4x - 17) = -60$ . В ответе укажите произведение всех корней уравнения.

4. В прямоугольном треугольнике один из катетов меньше гипотенузы на 2 см, а другой – меньше гипотенузы на 9 см. Найдите площадь этого треугольника.

5. При каких значениях параметра  $a$  один из корней уравнения  $3x^2 - 4ax + 2a = 0$  меньше 4, а другой – больше 4?

### Вариант 2

1. Найдите сумму корней уравнения  $|5x - 4| = |2 - 3x|$ .

2. Найдите сумму квадратов корней уравнения  $169x^2 = (x^2 + 40)^2$ .

3. Решите уравнение  $(x^2 - 5x)(x^2 - 5x + 10) = -24$ . В ответе укажите произведение всех корней уравнения.

4. В прямоугольном треугольнике один из катетов меньше гипотенузы на 1 см, а другой – меньше гипотенузы на 18 см. Найдите площадь этого треугольника.

5. При каких значениях параметра  $a$  один из корней уравнения  $2x^2 - 3ax + 4a = 0$  меньше 3, а другой – больше 3?

### Вариант 3

1. Найдите сумму корней уравнения  $|5x - 24| = x^2 + 2x + 6$ .

2. Дана функция  $f(x) = 5x^2 - x$ . Найдите сумму квадратов корней уравнения  $f(f(x)) = 76$ .

3. Решите уравнение  $(x - 2)(x - 1)(x + 2)(x + 3) = 60$ . В ответе укажите произведение всех корней уравнения.

4. Напишите общий вид целых чисел, которые при делении на 3 дают остаток 1, а при делении на 5 – остаток 2.

5. При каких значениях параметра  $a$  один из корней уравнения  $2x^2 - 3ax + 4a = 0$  меньше 2, а другой – больше 3?