

## Предисловие

Известный педагог, Народный учитель России, кандидат педагогических наук, один из авторов школьных учебников по геометрии на страницах этой книги делится с читателями своим опытом преподавания математики в школе.

Позади более полувека учительской работы. Преподавателю довелось учить математике и в обычной школе с четвертого класса по выпускной, и вундеркиндов в элитарных физико-математических классах, и в вечерней школе сорокалетних дядей, и студентов-первокурсников технического вуза, и выпускников педагогического. Работал на подготовительном отделении с абитуриентами, занимался репетиторством со школьниками всех возрастов и со студентами. Учил дошкольников играть в шахматы, а двенадцатилетних мальчишек — туризму и ориентированию на местности. Готовил детей к олимпиадам, проводил дополнительные занятия с отстающими и индивидуальные беседы с одаренными. Умел найти подход к каждому воспитаннику, а среди них были разные: и паренек — талантливый музыкант, который не в ладах с таблицей умножения; и ученик, который, начав изучать геометрию, сразу же решал задачи из Адамара, и Гриша Перельман, который легко мог справиться с любой задачей.

Автором накоплен огромный опыт, прочитано и осмыслено множество научных книг и статей, самим написано немало.

Эта книга выдержала два переиздания. Первая «25 000 уроков математики» напечатана более 20 лет назад. Спустя 10 лет вышло дополненное издание под названием «30 000 уроков математики». Прошло еще 10 плодотворных лет, прибавилось опыта, настала пора и его осмыслить и упорядочить.

Издательство «ВАКО» уже выпустило книгу «Учим математику», данное издание продолжает затронутые в ней темы о школьном математическом образовании и о профессиональных проблемах, с которыми сталкивается учитель математики.

## 1. КАЖДЫЙ ВЕЗЕТ СВОЮ ТАЧКУ

Больше пятидесяти лет у классной доски. Сколько лет, а вроде бы все одно и то же: квадрат суммы, теорема Пифагора... «И тебе еще не надоело?» – порой любопытствуют коллеги. Вопросы, задачи, ответы, проверки, отметки...

– Здравствуйте, дети. Садитесь, пожалуйста...

Уроки, уроки, уроки... Что-то около 35 000 уроков. Сколько же уроков запомнилось из этих тысяч?

Урок в темноте, замена заболевшей коллеги в неизвестном мне выпускном классе. Два урока подряд, первый и второй по счету. За окном январская темень. За минуту до начала урока, когда я уже открывал дверь в класс, во всей школе погас свет. Вошел – не видно ни одного лица. Что-либо делать на доске и в тетрадях невозможно. Сейчас я совершенно не помню, о чем говорил. Но точно помню: это был урок математики, я что-то объяснял, задавал вопросы, ученики отвечали и даже вставали с места. И была перемена, а потом еще один час. И был звонок, прекративший этот кошмар, оборвавший меня на полуслове. Это помню точно – не успел договорить. Но что договорить – не помню.

Урок без меня. Собираюсь в школу, и вдруг из водопроводной трубы забил фонтанчик, заливая квартиру. Звоню в аварийную службу и в школу – говорю завучу, что на первый час спаренного урока, видимо, опоздаю. Приезжаю в школу ко второму часу. Спрашиваю, что они тут без меня делали.

– То же, что и с вами бы делали, – проверяли домашнюю самостоятельную работу.

– Был кто-нибудь из учителей?

– Нет, мы сами управились.

– Отметки себе поставили?

– Конечно.

Отметки, как за домашнюю самостоятельную, выставил в журнал.

Контрольная работа в 7 классе. Я пошел позвонить в учительскую. Зашла завуч и спросила у меня: «А что делают без вас дети?»

– Пишут контрольную.

– Без вас?

– А вы зайдите к ним и посмотрите.

Посмотрела, вернулась.

– А где задание для них?

– Как это где? На доске, разумеется.

– Но там всего один вариант.

– Ничего странного, дети уже привыкли.

Три урока. А остальные? Просто работа – тут бы поставить сразу два знака: и вопросительный, и многоточие.

Мне нравится притча о Шартрском соборе. Путник спросил трех его строителей, кативших по дороге тачки с камнями, что они делают.

Первый сказал:

– Везу тачку, пропади она пропадом.

Второй сказал:

– Зарабатываю на хлеб. Семья.

Третий сказал:

– Я строю Шартрский собор.

Что бы сказал путнику я? И первое, и второе, разумеется. Смог ли бы я сказать третье?

Так зачем же я иду на урок? Ну, конечно, преподавать математику. Математика так важна, математика так полезна, математика так интересна, какие тут могут быть сомнения – с такими мыслями, возвращенными в студенческие годы, я пришел работать в школу сразу по окончании института и довольно долго их лелеял. Со временем засомневался. Так оно и есть на самом деле? Всем математика важна? Всегда интересна?

На геометрию в школе отводится около 400 часов. Так ли уж важны для всех с точки зрения общего образования, скажем, свойства вписанных углов, уравнение плоскости в пространстве и построения именно циркулем и линейкой? Так ли уж полезно для всех умение решать треугольники? («Зачем Лидии Васильевне сферическая тригонометрия?» – вопрошает один из героев А. Островского.) Может быть, важнее научить делать искусственное дыхание? Может быть, полезнее дать детям курс практической психологии – учитесь властвовать собой! Мне не один раз довелось выслушивать от учеников этот вопрос – а зачем? И даже не надо было выслушивать – его можно было видеть в их тоскливых глазах. Я научился отшучиваться, почти цитировал

В. Маяковского: «Крошка сын к отцу пришел, и спросила кроха: “Папа или мама, а как решить задачку, которую нам задали?”» Но даже если дети не задают этот вопрос, а бесконечно решают упражнения, то тем более вопрошаешь сам себя: «Что же я с ними делаю, чем же таким необходимым для них я занимаюсь?» Впрочем, я не оригинален в таком вопросе. Вот что нам выдал журналист Ю. Рост: «Господи, каким только мусором не забивали нам голову учителя! Что, какая часть из того, чем мучили нас и чем мучают теперь наших детей, сгодилась нам в жизни для дела, любви, радости?»

И даже такое было сказано американской журналисткой Ф. Лебовиц: «Твердо стойте на своем нежелании вникать в формулы алгебры. В реальной жизни, уверяю вас, никакой алгебры нет».

И в самом деле, 90% школьников никогда не будут использовать математику в своей деятельности. И в самом деле, мои коллеги и друзья, специалисты гуманитарных профессий, из всего школьного курса устойчиво помнят разве что теорему Пифагора. Да и как сказать. Мой коллега поведал однажды, *что* вспоминают учителя (не математики) в ответ на прямой вопрос: в чем суть теоремы Пифагора? Среди ответов были и такие: «В треугольнике три стороны» и « $3^2 + 4^2 = 5^2$ ».

В 1976 году журнал «Математика в школе» опубликовал статью «О сохранности математических знаний». Ее авторы В. Панкратова и А. Сергеева провели в университете некое исследование среди студентов гуманитарных факультетов, причем, надо заметить, большинство из них окончили школу с хорошими отметками по математике. Что же показало исследование?

Определения математических понятий, даже таких основных, как понятия функции, уравнения, иррационального числа, простого числа, через 2–3 года после окончания средней школы исчезают из памяти выпускников полностью. При этом забываются не только четкие формулировки соответствующих определений, но и существенные признаки понятий. В памяти остаются лишь внешние, несущественные признаки, наиболее часто встречающиеся в практической деятельности в период обучения в школе. В силу этого представления о понятиях сохраняются нечеткими, часто неверными, непригодными к использованию.

Неосознанные умения быстро утрачиваются (выполнение тождественных преобразований тригонометрических выражений, решение квадратных уравнений и т. п.). Лишь те умения, которые были доведены почти до автоматизма или сохранили теоретическую основу, остались действенными (приведение подобных

членов, умножение многочлена на одночлен, умножение многочленов, алгоритмы решения уравнений).

Многие выпускники не обнаружили умения проводить самостоятельно простейшие математические рассуждения. Так, не вспомнив формулы площади поверхности прямоугольного параллелепипеда, испытуемые не смогли сами вывести ее.

Отсутствует у выпускников и самоконтроль, критическое отношение к своим действиям, высказываниям. Вот так.

А. Пушкин заметил как бы между прочим, но совершенно точно:

Мы все учились понемногу  
Чему-нибудь и как-нибудь.

«Чему-нибудь» — это программа, «как-нибудь» и «понемногу» — это, выражаясь современным языком, методика и организация обучения. Вопросы «зачем?» мы у Пушкина не видим. Своим появлением этот вопрос обязан такой концепции нашего общего среднего образования, при которой одинаково надо было учить всему и всех, даже тех, кто не хочет, и тех, кто не может.

Я никогда не «боялся» инспекторов, методистов, администрации — пусть ходят и смотрят, что я делаю. Никогда не понимал так называемых «открытых уроков», из которых делают спектакли. Как вообще можно прятать от людей свою деятельность? Секретов у меня никаких нет, работа наша большая, всегда делаешь что-нибудь не так. В оценках уроков, которые доводилось мне выслушивать, бывало много вкусового, и, к сожалению, мне так и не довелось послушать серьезного профессионального разбора хотя бы одного из них. Но не в этом дело. Как отчитаться перед самим собой? Как вдохнуть смысл в ежедневную и практически однообразную деятельность школьников?

Как-то получалось, что, оставаясь только в рамках предмета, я не мог сам себе толком ответить на этот вопрос. Вся моя энергия, и нервная, и физическая, похоже, уходила «в свисток».

Немудрено, что такое толкование ситуации приводило к профессиональному дискомфорту. Появились и невеселые симптомы — однажды пришлось брать бюллетень почти на месяц. Как тут не вспомнить А. Чехова! Один из его персонажей, старый педагог, воскликнул в дневнике: «Дети! Какое блаженство получать пенсию!»

Но со временем, как говорят, «появился свет в конце туннеля». Выход вроде бы нашелся в попытках решить на уроках математики не только и даже не столько задачи обучения, сколько задачи образовательные, в частности воспитательные. В самой

общей постановке решение этих задач, как и любых общепедагогических задач, неоднозначно. Многое зависит от толкования таких понятий, как «образование», «обучение», «воспитание», «просвещение», «развитие», а эти толкования неединственны. Для меня теперь образование = просвещение (знания) + обучение (умения) + воспитание (ценности); преподавание = просвещение + обучение. О развитии – позже.

На практике воспитание может идти в разных направлениях. Говорят об интеллекте, мировоззрении, характере, нравственности.

Сам перечень не полон, и приведенный порядок – условность. Традиционно на первое место в этом перечне советская педагогика ставила мировоззрение, причем научное, еще точнее – диалектико-материалистическое. Привлекательна точка зрения, описанная В. Овчинниковым в книге «Корни дуба»: в Англии в лучших частных школах на первое место ставят характер. Можно делать особый акцент на воспитании творческого начала личности, в частности, на ее социальной активности. И, наконец, никаких результатов в образовании не добиться, если у ученика нет необходимой мотивации.

Когда начинаешь двигаться в новом направлении, открываются и новые горизонты. Сама постановка задачи – воспитание ученика в процессе образования – вряд ли нова. Издавна известно ведь: «Учитель, воспитай ученика». Не «научи», что так естественно, а «воспитай»! Что же стоит за этим «воспитай»?

Воспитай, как я понимаю, – передай детям частицу самого себя, своего понимания предмета, понимания смысла образования, в частности математического, передай свои пристрастия и неприязни, передай свое отношение к работе. И тут совершенно ясно: никаких методичек и быть не может. Все, что я хочу передать детям – именно передать, а не перепасовать, – то «разумное, доброе, вечное» существует только как часть моего «я» – и никак иначе. Я как «обучатель» или «просветитель» – проводник, но я как «воспитатель» – генератор.

А теперь вернемся к линиям в воспитании. И тут, где, казалось бы, все ясно с точки зрения теоретической педагогики, сколько монографий создано: главнейшее – личностное влияние. Мировоззрение, к примеру, не в книжках сидит, а в собственной голове. К тому же его не продиктуешь и на дом не задашь, чтобы выучили к следующему уроку.

Как можно было воспитывать у ребенка ответственность за собственную работу, если по большому счету ее до поры

до времени не было у меня самого? Вопрос отнюдь не риторический. Многие годы, что я проработал в школе, у нас была единая программа, единый учебник, единые экзамены, единый обязательный уровень образования и единые требования к отметкам. Но если все едино и обязательно, то у меня нет возможности выбора, а если нет ее, то самостоятельностью и тем более ответственностью даже не пахнет. Их нет по сути, т. к. нет серьезного личного решения. Из года в год учителя решали лишь весьма частные задачи преподавания. Попытки выйти за эти пределы, мягко говоря, не приветствовались. Некогда мой коллега получил выговор от администрации за преподавание в школе (математической!) интегрального исчисления, которое не входило тогда в программу.

Мне еще повезло — удалось в прежние годы сделать многое из того, что хотел. Но тем не менее вот два примера из моей практики. Из некоторых соображений мне было удобно в старших классах чередовать занятия алгеброй и началами анализа с занятиями геометрией: неделя алгебры, затем неделя геометрии или даже так: две недели алгебры, затем две недели геометрии. Администрация не возражала в принципе, но журнал я должен был заполнять по старому, т. е. по стандартному регламенту занятий, когда каждую неделю есть уроки как алгебры, так и геометрии. Довольно быстро я перестал соображать, куда и что надо записывать.

Еще пример — преподавание информатики, когда оно только вводилось. Дисциплина была для меня, по существу, новая, пришлось долго вникать в дело. Когда пришла некоторая ясность, я изучил только что созданный школьный учебник под редакцией А. Ершова и В. Монахова. То, что в нем сказано, мало соответствовало тому, что я понял. Пришлось готовить совсем другой курс. Никто после моих объяснений не возражал против предлагаемой трактовки, но в журнал мне посоветовали делать записи в соответствии с разделами учебника. Такие были дела.

Перейдем к мотивации. По-моему, невозможно воздействовать на появление и развитие интереса детей к математике, если затух собственный интерес к ней. Невозможно передать школьнику радость от решения трудной задачи, если сам уже забыл, что это такое.

При всем при том необходимо как можно чаще ощущать себя в «шкуре ученика». Делается это весьма просто — вполне достаточно, если в голове «сидит задача», к которой не знаешь, как и подступиться, или на столе лежит математическая книга, в которой непонятна уже первая страница.

Персонаж кинофильма «Доживем до понедельника», пожилая учительница, жалостливо произносит что-то вроде:

– Им отдаешь целиком самого себя, а они... (имея в виду учеников).

– Дело не в этом, – отвечает главный герой фильма, – а есть ли у нас, что отдать?

За достоверность фраз не ручаюсь, но смысл точен.

## 2. «АСУ» УЧИТЕЛЯ

Осмысливая свою деятельность учителя-предметника в школе, я пришел к выделению трех ее составляющих: **установка, система, атмосфера** – АСУ, как я их называю сам для себя, составив аббревиатуру в обратном порядке. Я сразу же хочу отметить, что эти составляющие, конечно, не абсолютны. Более того, наверняка есть разумная работа теоретического характера, в которой вся деятельность учителя разложена по полочкам. Даже если так, давайте предположим, что педагогическая теория ценна для нас в первую очередь тем, *что* мы смогли из нее присвоить и употребить в дело. В конце концов что-то из этой теории начинаешь постулировать для себя, как нечто исходное. И становится не так важно (в практическом отношении), откуда эти постулаты появились. Главное, чтобы они работали. (Многие мои коллеги и профессиональные математики весьма скептически относятся к теоретической педагогике. Я уподоблю их инженеру, который полагает, что  $\pi = 3,14$ , на худой конец –  $3,1416$ , а все остальное от лукавого.)

Теперь я постараюсь раскрыть содержание АСУ, как я его понимаю. Установка отражает ту часть целей и ценностей, которая принята учителем для повседневной деятельности. В конечном счете она отражается на его учениках, если понимать это достаточно широко. Конкретно: знает ученик о геометрии Лобачевского или нет, зависит не столько от программы, сколько от установки учителя, а еще глубже – от интерпретации учителем целей и ценностей образования.

Различать цели и ценности необходимо. Например, можно поставить такую цель: научить школьника строить графики несложных функций, что легко проверяется. К ценностям же разумно отнести такие параметры образования, выявление которых проблематично, а то и невозможно. Как, например, проверить наличие у выпускника научного мировоззрения?



Установка включает в себя отношение к математике, к задачам образования, в том числе математического, и отношение к ученику. Причем это отношение должно быть очень личным, выращенным в себе. Пусть при этом оно будет односторонним, возможно, корявым — я готов принять любые упреки. Но это — мое, и с этим я иду в класс.

Можно ли говорить о своем понимании математики? Думаю, что не только можно, но и необходимо. Оно начинается с детских лет собственного ученичества, формируется в студенческие годы, обогащается в дальнейшем чтением и встречами с профессионалами-математиками и уточняется в практической работе. За годы работы учитель не один раз столкнется с изменением программ, учебников, направляющих указаний разного рода начальства. В этом нет ничего страшного, более того, такой процесс естественен: меняются времена — меняются ценности и цели образования, вызывая все последующие изменения. Причины новаций могут быть и непредсказуемы. Кто, например, мог предвидеть, что школьное математическое образование так сдвинется под влиянием Н. Бурбаки? В каком-то смысле история повторилась: «Начала» Евклида вовсе не были учебником по геометрии для школьников, но еще сравнительно недавно по ним кое-где учили детей. В последнее время, наоборот, шарахнулись от Н. Бурбаки. Не имея собственного взгляда на предмет, легко оказаться в растерянности. А уж про нынешние образовательные реформы, будто с небес свалившиеся на наши головы, и говорить нечего.

Что же для меня математика как таковая, даже в своих элементарных основах? Прежде всего — наука, а не практическое руководство по счету, вычислению и измерению, не набор сведений, которые надо вбить в голову ребенка, что при известном усилии всегда можно сделать, не набор упражнений, которые надо решить, чтобы набить руку для поступления в высшую школу, а нынче — для написания ЕГЭ.

Именно потому, что большинство учеников общеобразовательной школы не будет использовать математику в своей профессии, именно потому, что, быть может, от учителя они слышат последние в своей жизни математические фразы, именно потому важно, чтобы они имели представление о математике как о науке. Но дело не только в этом, даже не столько в этом. Через математику (а других средств у меня просто нет) я хочу передать детям научный стиль деятельности, прежде всего критичность, самостоятельность, добросовестность и ответственность. Я надеюсь, по всей вероятности наивно, что влияние этого стиля хоть как-то

защитит их в будущем от лавины пошлости, чепухи, демагогии и попросту вранья. «Кто пропитался с детства математикой в такой мере, что усвоил себе ее неопровержимые доказательства, тот так подготовлен к восприятию истины, что нелегко допустит какую-нибудь фальшь», — так сказал в XVII веке П. Гассенди. Но это не все.

Вот вопрос, который задает общество самому себе, и, похоже, нет на него окончательного ответа: «Почему во всем мире математика составляет обязательную и значительную часть общего образования, почему на нее отводится так много времени?» В самом деле, математику в нашей школе преподают 11 лет и по многу часов, детей обучают всяким замысловатым формулам (каковых полно в алгебре и тригонометрии) — зачем все это? Ведь потом большинство выкинет все это из памяти, им никогда не придется раскрывать скобки. Более того. Если уж вдуматься, то в реальной жизни большинству более или менее нужны арифметика и геометрия. А ныне в экзаменационную пору от ученика именно эти сведения требуются меньше всего. Не парадокс ли?

Возможно, сгодится такая попытка объяснения — конспективно.

В конечном счете образование в целом и математическое образование в частности готовит ребенка к некоему виду деятельности (хотя это далеко не все). Инновационная деятельность в обществе сводится к решению разнообразных задач. Задачи эти решаются людьми с развитым теоретическим или практическим мышлением. И тот, и другой тип мышления требует определенной логической культуры. В среднем образовании об этой культуре печется в первую очередь математика.

Эти типы мышления не следует противопоставлять, они могут достаточно тесно переплетаться, например, в инженерной или преподавательской деятельности — особенно когда что-то не получается в живом деле и требуется понять, в чем загвоздка.

Основой теоретического мышления является абстрактное мышление, т. е. мышление понятиями. Простейшая работа с научными понятиями в школьном образовании происходит именно в математике, ибо первичные математические понятия (число, фигура) проще абстракций в других сферах научного знания.

Далее. Чрезвычайно важное значение в развитии ребенка имеет мотивация. Она во многом обеспечивается удовольствием, полученным в процессе образования. Наибольшее удовольствие в интеллектуальной деятельности доставляет хорошо сделанная и по достоинству оцененная работа. Однако пятидесятое само-

стоятельно решенное квадратное уравнение вряд ли доставит удовольствие, особенно способному ребенку. Поэтому наиболее ценно удовольствие, которое получено после определенных интеллектуальных усилий. Для этого требуется преодоление посильных трудностей, связанных с абстрактным мышлением. Именно в математическом образовании эти трудности на протяжении всех школьных лет возникают совершенно естественно, они хорошо знакомы, разумно выстроены; известно также, как помочь ребенку их преодолеть (вот она — методика).

Среднее математическое образование — школа создания и развития у ребенка потребности в преодолении интеллектуальных трудностей в теоретическом мышлении, а потому оно способствует становлению волевых качеств личности.

Еще добавлю. Музыка — это красота звуков, живопись — красота красок, поэзия — красота образов, проза — красота языка, математика — красота мысли. Беда, если мы не покажем ее детям.

Однажды во время давней дискуссии с коллегами я сказал, что мне нравится в среднем один свой урок из ста. А почему? Да потому, что я занимался с детьми не введением в мир науки, а неизвестно чем. Вынужден был так делать, увы.

Собственное понимание предмета накладывает обязательства, которые не всегда удается выполнить.

Математика предстает передо мной разными своими сторонами.

1. *Математика — дедуктивная наука*, давшая миру аксиоматический метод и некие эталоны строгости рассуждений. Можно начать с небольшого числа аксиом и все остальное время продвигать теорию.
2. *Математика — способ познания мира* («основа точного естествознания», — говорил Д. Гильберт) и средство для практической деятельности в этом мире. Предсказать затмение или погоду, построить здание, найти оптимальное решение — примеров, подобных этим, сколько угодно.
3. *Математика — это специфическая техника*, набор приемов и методов для решения разнообразнейших упражнений, возможность постоянно тренировать и совершенствовать эту технику. В элементарной математике достаточно вспомнить геометрию треугольника.

И каждая из этих сторон накладывает свой отпечаток на собственную работу.

*В силу дедуктивного характера математики* я обязан доказывать все, на что потом собираюсь ссылаться. Не вообще все, что я говорю детям, есть интересные результаты, доказательство кото-

рых дать ученикам просто невозможно, например трансцендентность чисел  $\pi$  и  $e$ . Порой дать приемлемое доказательство очень непросто. В курсе общеобразовательной школы нет доказательств, связанных со свойствами вещественных чисел: почему, например  $(2^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}} = 4$ ?

И что делать? «Отсутствие доказательства для математика подобно зубной боли», — сказал кто-то. Вряд ли такое состояние возникнет у школьника, если ему вместо доказательства предложат толковое разъяснение, разумеется, не выдавая его за доказательство. Надо искать какие-то выходы, постараться найти другие способы убеждения. При этом единство метода не так важно — важнее дать хоть какое-то доказательство, чем не давать никакого. Можно обыграть то обстоятельство, что сам термин «доказательство» в рамках школьной математики не имеет четкого определения, насколько я знаю, и далеко за ее пределами тоже. Я вполне согласен с таким пониманием доказательства: «Доказать — это убедить другого настолько, что другой сам готов убеждать этим же способом». Отсюда сразу же следует, что доказательства могут иметь разный уровень строгости в зависимости от адресата. Одно дело — доказывать ученику, другое — учителю, третье — профессионалу-математику, и уж совсем другое дело — доказывать специалисту по математической логике. И сразу надо сделать оговорку, чрезвычайно существенную для преподавания: абсолютизация этого требования «доказывать все», причем с высочайшей строгостью, приводит к абсурду. Дело вот в чем.

Весь опыт преподавания математики говорит о том, что, прежде чем начать что-то доказывать детям, необходимо пробудить в ученике потребность в доказательстве. Затем возникает серьезная задача — найти тот уровень убедительности в рассуждениях, который оказался бы достаточным для обоснования всего существенного и был бы доступен для ученика. О том, что задача эта не только важна, но и трудна, говорит простое наблюдение: есть авторы школьных учебников, которые отождествляют школьный курс геометрии с курсом ее оснований, и есть полярная точка зрения, полностью отрицающая аксиоматический метод в преподавании и даже необходимость доказательств. Как мне кажется, оба уклона говорят об отказе авторов решать, а может быть, даже и ставить перед собой эту педагогическую задачу.

Известно, что по мере взросления ребенка можно предъявлять к нему при соответствующем обучении все более высокие требования при доказательствах.

## Содержание

Предисловие .....	3
1. Каждый везет свою тачку .....	4
2. «АСУ» учителя .....	10
3. Понять, что делаю .....	38
4. Начало пути – и сразу проблемы .....	64
5. «Война» с ОДЗ .....	71
6. Давайте сделаем проверку .....	81
7. Дидактические материалы, тесты, задачи... ..	109
8. Хорошая задача делает нас умнее .....	133
9. О задачах в учебнике .....	146
10. На ошибках учат .....	182
11. Человек критический .....	210
12. О понимании .....	231
13. Упростить? Нет ничего проще?! .....	266
14. Творчество на каждом уроке .....	275
15. С одной стороны... С другой стороны... ..	283
16. Не равна нулю .....	315
17. Логика в школьном курсе математики .....	320
18. Гуманитарная математика .....	341
19. Компьютер. Смена парадигмы? .....	355
20. «Времена теперешние» .....	384
21. ФТШ .....	392
Заключение .....	398