

ВВЕДЕНИЕ

В последние годы в России проводится много различных математических олимпиад: дистанционные, устные, заочные, нестандартные, олимпиады по лигам, олимпиада-конкурс «Кенгуру» и другие. Наибольшей популярностью среди них в большинстве регионов пользуются традиционные Всероссийские математические олимпиады, которые проводятся с 2008 г. в четыре этапа: школьный, муниципальный, региональный и заключительный (всероссийский). Данный вид олимпиад имеет богатую историю и сегодня остается самым массовым и популярным как среди учащихся, так и среди учителей.

Первые олимпиады по математике начали проводить в Венгрии с 1896 г., назывались они Этвешское соревнование. Сборник задач этих олимпиад был издан на русском языке в 1896 г. С 1894 г. в России выходил журнал «Вестник опытной физики и элементарной математики», где читателям предлагались математические олимпиады на конкурс. Можно сказать, что это были первые заочные олимпиады. Первые математические олимпиады в СССР состоялись в Тбилиси — в 1933 г. и в 1934 г. в Ленинграде, а с 1935 г. стали проводиться в Москве. В то время основной целью их было выявление способных в математическом отношении школьников для организации их дальнейшего обучения и, насколько это возможно, более раннего привлечения к научной работе.

На самых первых олимпиадах даже действовало правило, в соответствии с которым победители не имели права принимать участия в последующих олимпиадных соревнованиях.

Видимо, родоначальники олимпиадного движения уже тогда понимали, как опасна «профессионализация» соревновательной деятельности.

Сегодня по результатам, показанным учащимися на различных этапах Всероссийской олимпиады, зачастую оценивают работу учителей, учебные заведения и органы управления учреждениями образования.

И хотя популярность традиционных олимпиад и сегодня высока, но в большинстве регионов все меньше проводится по сравнению с 1980-ми гг. олимпиад для 5–8 классов, хотя учащиеся именно этого возраста наиболее любознательные, желают участвовать в различных соревнованиях.

К сожалению, не стали проводить соросовские олимпиады, в которых принимало участие много школьников. В связи с введением ЕГЭ практически прекратили свое существование ранее проводимые в вузах олимпиады для абитуриентов. Тем не менее некоторые вузовские (или межвузовские) олимпиады входят в Перечень олимпиад школьников, ежегодно утверждаемый российским Министерством образования и науки, — победители и призеры таких олимпиад имеют определенные льготы при поступлении в вузы.

Таким образом, в нашей стране сложилась определенная структура математических олимпиад, охватывающих все регионы, где каждому школьнику, интересующемуся математикой, предоставляется возможность проявить себя. Олимпиады от районной до Всероссийской нацелены прежде всего на то, чтобы из учеников, уже увлеченных математикой, выделить одаренных, ведь задачи, которые там предлагаются, как правило, рассчитаны на тех, кто уже знаком с математическими идеями и методами, выходящими за рамки школьной программы. Роль таких олимпиад в формировании научной элиты нашей страны огромна, но большинство школьников остается в стороне от них. Поэтому тексты школьных олимпиад составляют так, чтобы каждый ученик, даже тот, кто недолюбливает математику, нашел задания по своим силам и был заинтересован ими. Задачи школьных олимпиад отличны от стандартных примеров школьного учебника, но и не настолько трудны, чтобы требовать специаль-

ных знаний и подготовки, как задачи математических олимпиад более высокого уровня.

В данном пособии автор на основе личного опыта и изучения опыта, имеющегося в России, приводит требования к подбору заданий, включаемых в тексты школьных олимпиад, методику проведения и оценки заданий олимпиады, определения победителей и призеров школьной олимпиады, рассматривает особенности проведения математических олимпиад в малокомплектной (например, сельской) школе, в профильных классах.

Большую часть пособия занимают примеры задач школьных олимпиад по математике для учащихся разного возраста, которые можно использовать как для составления текстов школьных и районных олимпиад, так и с целью подготовки учащихся к олимпиадам.

Пособие адресовано в первую очередь учителям математики общеобразовательных учреждений и руководителям математических кружков внешкольных образовательных учреждений, оно будет также полезно руководителям общеобразовательных учреждений и организаторам школьных мероприятий, студентам математических факультетов педвузов.

Как показывает опыт, многие учащиеся используют данное пособие для самостоятельной подготовки к школьным и районным математическим олимпиадам различного уровня и добиваются определенных успехов. Поэтому его можно рекомендовать и для учащихся.

Практически ни одна книга, а особенно посвященная олимпиадам, не может быть идеальной. Автор будет благодарен за все критические замечания, пожелания, которые он постарается учесть при переизданиях.

Все замечания по улучшению данного пособия можно высылать на адрес издательства, а также лично автору Фаркову Александру Викторовичу: 163002, г. Архангельск, набережная Северной Двины, д. 17, САФУ им. М. В. Ломоносова, кафедра математики.

Раздел 1

ПОДГОТОВКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ОЛИМПИАДЫ В ШКОЛЕ

Математические олимпиады в школе, как правило, проводятся отдельно для каждой параллели классов, начиная с 5 класса.

Основными целями школьной олимпиады являются:

- расширение кругозора учащихся;
- развитие интереса учащихся к изучению математики;
- выявление учащихся, показавших хорошие знания по математике, для участия их в районных (городских) олимпиадах и для разработки индивидуальных образовательных маршрутов развития.

Школьный этап организует образовательное учреждение. Для проведения олимпиады в школе обычно создается оргкомитет. Как правило, в него входят заместитель директора (председатель оргкомитета), председатель школьного методического объединения учителей математики (заместитель председателя оргкомитета), а также учителя математики и старшеклассники (члены оргкомитета).

Для составления, проверки и оценки работ участников олимпиады создается жюри во главе с председателем, которым чаще всего является руководитель школьного методического объединения учителей математики (заведующий кафедрой). Членами жюри могут быть учителя математики и преподаватели вузов, работающие в данной школе, старшеклассники (для проведения олимпиад в младших классах) и студенты педвузов, проходящие практику в школе.

Состав оргкомитета, жюри, порядок проведения олимпиад в школе утверждается директором школы.

Время проведения школьных олимпиад определяется в соответствии с Положением о Всероссийской олимпиаде школьников в данном учебном году и методическими рекомендациями центральной предметно-

методической комиссии по математике; как правило, школьная математическая олимпиада проводится с 1 октября по 15 ноября.

Председатель оргкомитета собирает его членов и распределяет обязанности:

- подготовка текстов олимпиады;
- разработка положения о проведении олимпиады, поощрении победителей;
- подготовка материалов (бумаги и т.д.);
- подготовка объявления и т.д.

Наиболее ответственным моментом подготовки олимпиады является составление текста олимпиады. Анализ многочисленной литературы по проблеме олимпиадного движения, неполный список которой приведен в конце пособия, а также личный опыт участия в олимпиадах различного уровня, опыт составления текстов математических олимпиад, позволяют сформулировать следующие основные требования к тексту школьной олимпиады по математике.

1. Число задач в тексте олимпиадной работы должно быть от 4 до 7 (если заданий 3 и меньше, могут возникнуть проблемы с определением победителей и призеров олимпиады, настроиться на решение больше 7 задач учащимся сложно).

2. Все задачи должны располагаться в порядке возрастания трудности (или сложности).

Хотя данные понятия довольно часто встречаются в методической литературе в последние годы, все же остановимся на них подробнее.

Сложность — объективная характеристика задачи, определяемая ее структурой. Сложность задачи зависит от:

- объема информации (числа понятий, суждений и т.п.), необходимого для ее решения;
- числа данных в задаче;
- числа связей между ними;
- количества возможных выводов из условия задачи;
- количества непосредственных выводов, необходимых для решения задачи;
- количества взаимопроникновений наук при решении задачи;

- длины цепочки рассуждений при решении задачи;
- общего числа шагов решения, привлеченных аргументов и т.д.

В.И. Крупич предложил формулу для нахождения сложности задачи: $S = m + n + l$, где S — сложность задачи, m — число элементов задачи, n — число явных связей между элементами задачи, l — число видов связи.

Рассчитать сложность задачи не очень просто, чаще всего учителя интуитивно распределяют задачи по уровню сложности. Но для текстов олимпиадной работы задания берут из разных разделов, некоторые из них нестандартные. Поэтому лучше все же применять понятие трудности задания.

Трудность — субъективная характеристика задачи, определяемая взаимоотношениями между задачей и решающим ее учеником.

Трудность задачи зависит от:

- сложности (сложная задача, как правило, является более трудной для учащихся);
- времени, прошедшего после изучения материала, который встречается в тексте задачи (материал, изученный 1–2 года назад, используемые в задаче факты, которые уже забылись, делают ее трудной для учащихся);
- практики в решении подобного рода задач;
- уровня развития ученика (задача, трудная для ученика общеобразовательного класса, может быть легкой для ученика физико-математического класса);
- возраста учащегося (задача, трудная для пятиклассника, может быть легкой для восьмиклассника) и т.д.

Трудность определяется процентом учеников, решивших задачу из числа ее решавших.

Существуют различные формулы для расчета трудности задачи. Рассмотрим, на наш взгляд, наиболее простую из них:

$$K_T = \frac{n}{p} \cdot 100\%,$$

где K_T — коэффициент трудности, измеряемый в процентах, n — число учащихся, не решивших задачу, p — число учащихся, решавших задачу, в том числе

и не приступивших к ней (общее число участников олимпиады).

Пример:

Номер задачи	1	2	3	4	5	6
n	2	6	10	12	16	19
p	20	20	20	20	20	20
$K_T, \%$	10	30	50	60	80	95

Таким образом, из данных таблицы следует, что 6-я задача наиболее трудная, так как ее решил всего 1 ученик, а 1-я наиболее легкая, ее решили 18 учеников.

3. В числе первых должны быть 1–2 задачи, доступных большинству учащихся, т. е. их трудность должна быть примерно 10–30%. Это могут быть обычные задачи продвинутого уровня, аналогичные задачам из контрольных работ, а также и неизучаемые в школе, но которые должны решить большинство участников. Это необходимо, так как в школьной олимпиаде участвуют все желающие. А участник, не решивший ни одной задачи, теряет уверенность в своих силах, а иногда и интерес к математике. Эти задачи могут содержать изюминку, благодаря которой более сильный ученик решит их быстрее и рациональнее.

4. В середине текста олимпиады следует поместить 2–3 задачи повышенной трудности. Это могут быть задачи продвинутого уровня из контрольных работ, но с измененными условиями. Их должна решить примерно половина участников, т. е. трудность их будет примерно 40–60%. (Ученик, решивший более трети всех задач, уже может получить поощрение.)

5. Последними в тексте олимпиады должны быть 1–2 задания, которые могут решить единицы, значит, трудность их будет уже примерно 80–95%. Это задания уровня районных (городских) олимпиад.

6. Задания должны быть из разных разделов школьного курса математики, но, как правило, на материал, изученный в данном учебном году и во втором полугодии предыдущего года.

7. В числе заданий могут быть занимательные задачи, задачи-шутки, софизмы, задачи прикладного характера.

8. Для заинтересованности учащихся в посещении кружков, факультативов желательно включать задания, аналогичные рассмотренным там. Это могут быть логические задачи, задачи на применение принципа Дирихле, инвариантов, графов, задачи на раскраски, уравнения в целых числах и т.п. Такого рода задачи часто называют специальным термином «олимпиадные», хотя, конечно, не только они должны быть в тексте школьной олимпиады.

9. В условии одной из задач может фигурировать год проведения олимпиады.

10. В задачах не должно быть длинных выкладок, трудно запоминающихся формул, необходимости использования справочных таблиц.

11. Для разных классов могут быть одинаковые задания.

Таковы основные требования к составлению текста работы школьной математической олимпиады.

В соответствии с Положением о Всероссийской олимпиаде школьников, утвержденным приказом Министерства образования и науки РФ № 695 от 2.12.2009, школьный этап олимпиады проводится по олимпиадным задачам, разработанным предметно-методической комиссией муниципального этапа олимпиады с учетом методических рекомендаций центральной предметно-методической комиссии олимпиады. Например, в 2011/12 учебном году центральная предметно-методическая комиссия по математике рекомендовала следующие типы задач для текста школьной олимпиады.

5 класс

1. Арифметика.
2. Числовой ребус.
3. Задача на построение примера (разрезание фигур, переливания, взвешивания).
4. Логические или текстовые задачи.

6 класс

1. Арифметика (дроби, числовые ребусы).
2. Задача на составление уравнения.
3. Фигуры, нахождение многоугольника с указанными свойствами.
4. Логическая задача.

7 класс

1. Числовой ребус.
2. Задача на составление уравнений.
3. Делимость натуральных чисел. Признаки делимости.
4. Задача на разрезание фигур.
5. Логическая задача.

8 класс

1. Нахождение числа с указанными свойствами.
2. Построение графиков функций.
3. Преобразование алгебраических выражений.
4. Основные элементы треугольника.
5. Логическая задача на четность.

9 класс

1. Делимость, четность.
2. Квадратный трехчлен. Свойства его графика.
3. Основные элементы треугольника.
4. Алгебра (неравенство или задача на преобразования алгебраических выражений).
5. Логическая (комбинаторная) задача.

10 класс

1. Нахождение числового множества, обладающего указанными свойствами.
2. Прогрессии.
3. Площадь. Подобие фигур.
4. Система уравнений.
5. Логическая (комбинаторная) задача.

11 класс

1. Рациональные и иррациональные числа.
2. Тригонометрические уравнения.
3. Окружность. Центральные и вписанные углы.
4. Многоугольники.
5. Комбинаторика.

Тексты школьных олимпиад рекомендуется подготавливать муниципальным предметно-методическим комиссиям по математике.

Но вряд ли целесообразно их применять везде, так как отдельные школы города (района) резко отличаются по уровню подготовки учащихся и тексты в одной

школе могут решить практически все учащиеся параллели, а в другой больше 1–2 задач не решит никто. Также можно менять и тематику, и порядок следования заданий. Поэтому тексты школьной олимпиады лучше все же составлять в школе, учитывая рекомендации предметно-методической комиссии муниципального этапа олимпиады или внося изменения в рекомендованные ими тексты.

Кто будет составлять тексты олимпиад — дело оргкомитета. Можно привлечь специалистов в области диагностики из вузов или поручить наиболее опытному из учителей. Но, вероятно, лучше, если набираться опыта в составлении текстов будут все учителя. Тем более что после проведения олимпиады уже можно оценить качество подготовленных материалов, а трудность некоторых заданий определить, дав аналогичные задания в классе старше.

Таким образом, составление текстов для каждой параллели можно поручить 1–2 учителям. Они организуют подбор заданий, причем первоначально заданий необходимо подготовить больше.

Окончательные тексты школьных олимпиад желательно утвердить на заседании школьного методического объединения учителей математики, обговорив там число предлагаемых заданий, вариант оценки заданий (возможные варианты оценки будут рассматриваться ниже), распределение членов жюри по классам. Особенно это важно для тех школ, где учащиеся в различных классах обучаются по разным учебникам.