

Предисловие

Пособие составлено в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта и программы по алгебре для 7 класса общеобразовательной школы. В сборник включены задачи по всем разделам алгебры, изучаемым в 7 классе средней школы. Расположение задач соответствует структуре программы и учебнику под редакцией Ю.Н. Макарычева. Дополнительно включены задачи, соответствующие УМК под редакцией А.Г. Мордковича. Содержит более 450 задач. Приведены задачи трех уровней сложности. Задачи первого уровня предназначены для отработки элементарных навыков решения задач. Задачи второго уровня соответствуют обязательному уровню программы образования. К третьему уровню задач относятся задачи повышенной сложности, олимпиадные и конкурсные задачи. Как правило, представлены парные задачи, позволяющие отрабатывать пройденный материал в школе и закреплять его дома. Ко всем задачам приведены ответы, к наиболее сложным задачам даны и методические указания.

Все задачи данного сборника сгруппированы по темам:

I. Выражения, тождества, уравнения.

1. Выражения.
2. Уравнения с одной переменной.
3. Преобразование выражений.
4. Статистические характеристики.

II. Функции.

5. Функции и их графики.
6. Линейная функция.

III. Степень с натуральным показателем.

7. Степень и ее свойства.
8. Одночлены.

IV. Многочлены.

9. Сумма и разность многочленов.
10. Произведение одночлена и многочлена.
11. Произведение многочленов.

V. Формулы сокращенного умножения.

12. Квадрат суммы и квадрат разности.
13. Разность квадратов. Сумма и разность кубов.
14. Преобразование целых выражений.

VI. Системы линейных уравнений.

15. Линейные уравнения с двумя переменными и их системы.
16. Решение систем линейных уравнений.

Задачник предназначен для учеников и учителей общеобразовательных и профильных школ. Наличие в пособии задач разного уровня сложности позволяет использовать его для классной и домашней работы, проведения самостоятельных, контрольных и зачетных работ, подготовки к олимпиадам и ОГЭ. Сборник задач апробирован в общеобразовательных классах и в классах с углубленным изучением математики.

I. ВЫРАЖЕНИЯ, ТОЖДЕСТВА, УРАВНЕНИЯ

1. Выражения

Уровень А

1. Выполните действия с целыми числами:

а) $4891 + 4675 + 109 + 325$;

г) $7137 - 472 - 137 + 5472$;

б) $3725 + 3820 + 275 + 180$;

д) $564 \cdot 645 - 563 \cdot 645 + 4355$;

в) $5235 - 376 - 235 + 6376$;

е) $789 \cdot 389 - 788 \cdot 389 + 3611$.

2. Найдите значение выражения:

а) $3,6 : 0,08 + 5,2 \cdot 2,5$;

ж) $2\frac{1}{5} - 7\frac{1}{3}$;

б) $8,75 : 0,125 - 3,5 : 0,5$;

з) $5\frac{1}{6} - 7\frac{2}{3}$;

в) $(9,885 - 0,365) : 1,7 + 4,4$;

г) $(3,637 + 10,563) \cdot 2,5 + 4,5$;

д) $3\frac{1}{3} + 6\frac{1}{6}$;

и) $-3\frac{1}{2} \cdot 1\frac{3}{7}$;

е) $10\frac{1}{4} - 5\frac{1}{2}$;

к) $6\frac{1}{2} : (-2\frac{1}{6})$.

3. Вычислите:

а) 3% от числа 320;

в) 15% от числа 230;

б) 6% от числа 400;

г) 8% от числа 240.

4. Найдите число, если:

а) 4% от него равно 240;

в) 20% от него равно 15;

б) 8% от него равно 32;

г) 7% от него равно 210.

5. Запишите в виде числового выражения и найдите его значение:

а) сумму числа $3\frac{2}{3}$ и произведения чисел 2,4 и 15;

б) разность между произведением чисел $2\frac{1}{7}$ и $2\frac{4}{5}$ и числом 2,4;

в) произведение суммы чисел 24 и 5,6 и их разности;

г) частное от деления разности чисел $4\frac{8}{15}$ и $1\frac{1}{3}$ на меньшее из них.

6. Опишите алгебраическим выражением:

а) число секунд в a минутах;

б) число минут в x сутках;

в) длину в метрах, если она равна b километрам;

г) длину в километрах, если она равна y метрам;

д) скорость в метрах в минуту, если она равна c км/ч;

е) скорость в километрах в час, если она равна z м/с.

7. Напишите формулу числа, которое:

а) кратно 3;

б) кратно 19;

в) при делении на 7 дает остаток 4;

г) при делении на 11 дает остаток 9;

д) при делении на n дает остаток r ($r < n$).

8. Найдите значение выражения:

а) $3x - 8$ при $x = -3$; 0; 2;

б) $2y + 5$ при $x = -4$; 0; 3;

в) $4x - 3y$ при $x = 1$ и $y = -2$;

г) $3a + 7b$ при $a = -3$ и $b = 1$;

д) $\frac{3a - b}{a^2 + b}$ при $a = -1$ и $b = -2$;

е) $\frac{a^2 - b}{2a + b^2}$ при $a = -2$ и $b = 4$.

9. При некоторых значениях переменных x и y значение выражения $x - y$ равно -3 . При тех же переменных найдите значение выражения:

а) $7(x - y)$;

в) $\frac{2}{x - y}$;

б) $4(y - x)$;

г) $5\frac{y - x}{x - y}$.

10. При каких значениях переменных выражение не имеет смысла?

а) $\frac{3}{x + 5}$;

е) $\frac{x^2 - 4}{(2x - 1)(3x + 7)}$;

б) $\frac{2}{2x - 3}$;

ж) $\frac{2xy + 1}{(2x - 1)(y + 2)}$;

в) $\frac{3x + 1}{2x + 7}$;

з) $\frac{2x + y + 3}{(x + 3)(2y + 1)}$;

г) $\frac{2x^2 - 1}{3x - 5}$;

и) $\frac{xy + x^2 + 3}{(x + 2y)(2x - 3y)}$;

д) $\frac{4x + 1}{(x + 1)(2x + 3)}$;

к) $\frac{y^2 + x + y - 2}{(2x - 5y)(x + 3y)}$.

11. Сравните значения выражений:

а) $A = 3,2 \cdot 2,3$ и $B = 30,5 : 4,4$;

б) $A = 100,8 : 5,6$ и $B = 54,8 - 36,7$;

в) $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{5}$ и $B = \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$;

г) $A = 16 - 3\frac{5}{8}$ и $B = 15 - 2\frac{1}{4}$.

12. Сравните значения выражений, не вычисляя их:

а) $A = 78 \cdot \frac{3}{7}$ и $B = 78 : \frac{7}{3}$;

б) $A = 81\frac{1}{3} : \frac{2}{7}$ и $B = 81\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{7}$;

в) $A = 53\frac{3}{5} : 3\frac{2}{3}$ и $B = 53\frac{3}{5} \cdot 3\frac{2}{3}$;

г) $A = 64\frac{3}{7} - 28\frac{1}{3}$ и $B = 62\frac{2}{5} - 28\frac{1}{3}$;

д) $A = 56\frac{3}{4} - 73\frac{1}{2}$ и $B = 56\frac{3}{4} - 71\frac{2}{3}$.

13. Сравните значения выражений:

а) $A = 3x + 5$ и $B = 7x - 3$ при $x = -1$; 2; 4;

б) $A = 5x - 1$ и $B = 8x + 2$ при $x = -4$; -1 ; 2.

Уровень В

14. Выполните действия с целыми числами:

- а) $564 \cdot 645 - 563 \cdot 645 + 355$; в) $584 + 583^2 - 584^2 + 583$;
б) $598 \cdot 985 - 597 \cdot 985 + 1015$; г) $675 + 674^2 - 675^2 + 674$.

15. Найдите последнюю цифру числа:

- а) $15\,837 + 138 \cdot 251 + 372 \cdot 683 + 73\,269$;
б) $37\,843 + 139 \cdot 267 - 348 \cdot 261 + 84\,125$;
в) $261 \cdot 262 \cdot 263 \cdot 264 \cdot 265 \cdot 266 \cdot 267$;
г) $382 \cdot 383 \cdot 384 \cdot 385 \cdot 386 \cdot 387 \cdot 388$.

16. Не вычисляя произведение, проверьте, равны ли числа:

- а) $827 \cdot 278 \cdot 782$ и $179\,786\,491$;
б) $743 \cdot 437 \cdot 374$ и $121\,434\,433$.

17. Установите закономерность между целыми числами и напишите три следующих числа:

- а) 3; 7; 11; 15; ... ; е) 3; 6; 12; 24; ... ;
б) 2; 5; 8; 11; ... ; ж) 5; -10; 20; -40; ... ;
в) 4; -1; -6; -11; ... ; з) -7; 21; -63; 189; ... ;
г) 3; -1; -5; -9; ... ; и) 1; 2; 3; 5; 8; 13; ... ;
д) 2; 6; 18; 54; ... ; к) -2; 3; 1; 4; 5; 9;

18. Найдите значение числового выражения:

- а) $(0,018 + 0,982) : (8 \cdot 0,5 - 0,8)$;
б) $(0,008 + 0,992) : (5 \cdot 0,6 - 1,4)$;
в) $\left(6 - 7\frac{1}{8}\right) \cdot \left(\frac{2}{9} + \frac{2}{3}\right)$;
г) $\left(15 - 4\frac{1}{8}\right) \cdot \left(3\frac{14}{15} - 2\frac{3}{5}\right)$;
- д) $\frac{1,05 + \frac{3}{4}}{\left(7,5 - 3\frac{1}{3}\right) \cdot 0,6}$;
е) $\frac{\left(7,5 + 6\frac{2}{3}\right) \cdot 0,12}{4,5 + \frac{3}{5}}$.

19. Стоимость товара была повышена на 20%, а затем снижена на 10%. На сколько процентов изменилась стоимость товара?

20. Зарплата была снижена на 10%, потом снижена еще на 20%. На сколько процентов изменилась зарплата?

21. Используя цифру 4 по четыре раза, знаки действий и скобки, представьте все числа от 0 до 10.

22. Используя цифру 7 по четыре раза, знаки действий и скобки, запишите все числа от 0 до 10.

23. С помощью алгебраического равенства запишите утверждение:

- а) от перестановки мест слагаемых сумма не меняется;
б) от перестановки мест множителей произведение не меняется;
в) величина дроби не меняется, если ее числитель и знаменатель умножить на одно и то же число, не равное нулю;
г) чтобы разделить одну дробь на другую, надо делимое умножить на число, обратное делителю.

24. Используя алгебраическое равенство, опишите данную ситуацию.

а) Известно, что 1 кг яблок стоит x руб., 1 кг груш стоит y руб. Пять килограммов яблок стоят столько же, сколько три килограмма груш.

б) Стоимость стакана виноградного сока a руб., стакана апельсинового сока – b руб. Известно, что 4 стакана виноградного сока стоят столько же, сколько 7 стаканов апельсинового сока.

в) Скорость мотоциклиста x км/ч, а скорость автомобилиста на 20 км/ч больше. Расстояние между городами мотоциклист проехал за 5 ч, а автомобилист – за 3 ч.

г) Скорость катера y км/ч, а скорость моторной лодки на 4 км/ч меньше. Расстояние между пристанями катер прошел за 2 ч, а лодка – за 3 ч.

д) На трех полках стоит 305 книг. На первой полке книг в 1,5 раза больше, чем на второй. На второй полке x книг. На третьей полке стоит на 10 книг меньше, чем на второй.

е) В трех цехах работают 470 человек. В первом цехе x рабочих, что на 30% больше, чем во втором. В третьем цехе на 70 рабочих меньше, чем в первом.

25. Найдите значение числового выражения:

а) $-97 - 96 - \dots - 2 - 1 + 1 + 2 + \dots + 97 + 98$;

б) $-100 - 99 - 98 - \dots - 1 + 1 + 2 + \dots + 101 + 102$;

в) $1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - 7 - 8 + \dots + 301 + 302$;

г) $1 - 2 + 3 - 4 + \dots + 295 - 296$.

26. Значение выражения $ax + by$ при $x = 4$, $y = 6$ равно 72. Найдите значение этого выражения при $x = \frac{1}{6}$, $y = \frac{1}{4}$.

27. Значение выражения $ax + by$ при $x = 3$, $y = 8$ равно 48. Найдите значение этого выражения при $x = \frac{1}{8}$, $y = \frac{1}{3}$.

28. При каких значениях переменной выражение не имеет смысла?

а) $2 : \frac{3x+2}{4x-3}$;

в) $(5x+2) : \frac{2x+3}{x-4}$;

б) $3 : \frac{2x-1}{3x+1}$;

г) $(7x-3) : \frac{3x-4}{x+7}$.

29. Сравните значения выражений, не вычисляя их:

а) $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{10}$ и $B = \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11}$;

б) $A = \frac{1}{101} + \frac{2}{103} + \frac{3}{105} + \frac{4}{107} + \frac{5}{109}$ и $B = \frac{1}{100} + \frac{2}{102} + \frac{3}{104} + \frac{4}{106} + \frac{5}{108}$;

в) $A = a + a^2 + a^3$ и $B = \left(a - \frac{1}{2}\right) + \left(a^2 + \frac{1}{3}\right) + \left(a^3 + \frac{1}{6}\right)$;

г) $A = \left(a - \frac{1}{3}\right) + \left(a^2 + \frac{1}{6}\right) + \left(a^3 + \frac{1}{2}\right)$ и $B = \left(a^2 - \frac{1}{3}\right) + \left(a^3 + \frac{1}{6}\right) + \left(a + \frac{1}{2}\right)$.

Уровень С

30. Найдите сумму чисел:

а) $1 + 3 + 5 + \dots + 97 + 99$;

б) $2 + 4 + 6 + \dots + 98 + 100$;

в) $\frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 8} + \dots + \frac{1}{98 \cdot 100}$;

г) $\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{99 \cdot 101}$.

31. Найдите число, если 2,5% его равны значению выражения

$$\frac{\left(9\frac{3}{4} : 5,2 + 3,4 \cdot 2\frac{7}{34}\right) : 1\frac{9}{16}}{0,31 \cdot 8\frac{2}{5} - 5,61 : 27\frac{1}{2}}.$$

32. Найдите число, если 5% его равны значению выражения

$$\frac{2\frac{11}{25} - 0,84 \cdot \left(6\frac{8}{9} : 2\frac{7}{12} - \frac{5}{12} \cdot 4\frac{4}{35}\right)}{7,605 : 7\frac{1}{2} + 3,086}.$$

33. Найдите соотношение между A и B , если:

а) $A = (0,8 \cdot 7 + 0,8^2) \cdot \left(1,25 \cdot 7 - \frac{4}{5} \cdot 1,25\right) + 31,64$,

$$B = \frac{(11,81 + 8,19) \cdot 0,02}{9 : 11,25};$$

б) $A = (9 \cdot 0,08 + 0,7 \cdot 0,08) : \left(9 \cdot 12,5 - 0,7 \cdot 12\frac{1}{2}\right) + 9,49$,

$$B = \frac{(1,09 - 0,29) \cdot 1\frac{1}{4}}{\left(18,9 - 16\frac{13}{20}\right) \cdot \frac{8}{9}}.$$

34. С помощью алгебраического равенства запишите утверждение:

а) для того, чтобы умножить сумму чисел на число, надо умножить на это число каждое слагаемое и полученные результаты сложить;

б) для того, чтобы из числа вычесть сумму двух чисел, надо из этого числа вычесть первое слагаемое, а затем из полученной разности вычесть второе слагаемое;

в) для того, чтобы умножить дробь на дробь, надо перемножить отдельно числители и знаменатели, первое произведение взять в качестве числителя произведения, а второе – в качестве его знаменателя.

35. Сравните значения выражений, не вычисляя их:

а) $A = \frac{169}{174} \cdot \frac{171}{175}$ и $B = \frac{170}{173} \cdot \frac{172}{174}$;

б) $A = \frac{271}{276} \cdot \frac{273}{277}$ и $B = \frac{272}{275} \cdot \frac{274}{276}$;

в) $A = \frac{1}{372} + \frac{2}{373} + \frac{3}{374} + \frac{4}{375}$ и $B = \frac{1}{37}$;

г) $A = \frac{1}{482} + \frac{2}{483} + \frac{3}{484} + \frac{4}{485}$ и $B = \frac{1}{48}$;

$$\text{д) } A = \frac{1}{382} \cdot \frac{1}{383} \cdot \frac{1}{384} \text{ и } B = \frac{1}{26\,481\,504};$$

$$\text{е) } A = \frac{1}{497} \cdot \frac{1}{498} \cdot \frac{1}{499} \text{ и } B = \frac{1}{63\,205\,494}.$$

2. Преобразование выражений

Уровень А

36. Упростите выражение и найдите его значение:

а) $2(3x - 1) + 3(2x - 5)$ при $x = 0,25$;

б) $3(5x - 2) - 2(3x + 1)$ при $x = 1\frac{1}{9}$;

в) $4(1,2x + 0,3) + 5(0,9x - 0,5)$ при $x = 1$;

г) $3(0,8x - 0,7) - 2(0,6x + 0,4)$ при $x = 2$;

д) $3,2(x + 3) - 1,4(2x - 1)$ при $x = 10$;

е) $4,7(2x - 5) + 3,2(x + 3)$ при $x = 3$.

37. Проверьте равенство:

а) $a - b + c + d = (a + c) - (b - d)$;

б) $(a - 1) + (1 + b) + (c - 1) + (1 + d) = a + b + c + d$;

в) $(a - 1) + (1 - b) + (c - 1) + (1 - d) = a - b + c - d$;

г) $a(b + c) + a \cdot d = a(b + c + d)$;

д) $(a - 4)(b + c) = (a - 4) \cdot b + (a - 4) \cdot c = a \cdot b - 4 \cdot b + a \cdot c - 4 \cdot c$.

38. Определите знак выражения:

а) $13x + 17 - (18x + 14) + (5x - 2)$;

б) $19x + 22 - (14x + 15) + (5x - 8)$.

39. Раскройте скобки и упростите выражение:

а) $a - (a - (a + (a - 1)))$;

б) $c + 2(c - 3(c - 1))$.

40. Докажите, что сумма:

а) трех последовательных натуральных чисел делится на 3;

б) трех последовательных натуральных нечетных чисел делится на 3.

Уровень В

41. Упростите выражение и найдите его значение:

а) $2(3x - y) + 3(x + 2y)$ при $x = \frac{1}{9}$, $y = \frac{1}{2}$;

б) $3(x - 5y) - 7(x - 3y)$ при $x = \frac{1}{4}$, $y = \frac{1}{6}$;

в) $3(0,7x + 0,4y) - 5(0,6x - 0,2y)$ при $x = 1\frac{1}{9}$, $y = \frac{10}{11}$;

г) $4(0,6x - 0,2y) + 7(0,4x - 0,1y)$ при $x = \frac{5}{26}$, $y = 1\frac{1}{3}$.

42. Вычислите наиболее рациональным способом:

а) $3 + 5 + 8 + 9 + 17 + 15 + 12 + 11$;

б) $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 9 + 18 + 27 + 36 + 45$;

в) $\frac{1}{9} + \frac{2}{9} + \frac{3}{9} + \dots + \frac{7}{9} + \frac{8}{9}$;

г) $\frac{1}{20} + \frac{2}{20} + \frac{3}{20} + \dots + \frac{18}{20} + \frac{19}{20}$;

д) $1 - 2 + 3 - 4 + \dots + 99 - 100$;

е) $(1 + 3 + 5 + \dots + 99) - (2 + 4 + 6 + \dots + 100)$;

ж) $100 + 99 - 98 - 97 + 96 + 95 - 94 - 93 + \dots + 4 + 3 - 2 - 1$;

з) $\frac{1}{9} - \frac{2}{9} + \frac{3}{9} - \frac{4}{9} + \dots + \frac{17}{9} - \frac{18}{9}$;

и) $\frac{1}{101} + \frac{2}{101} + \frac{3}{101} + \dots + \frac{99}{101} + \frac{100}{101}$;

к) $\left(\frac{1}{51} + \frac{2}{51} + \frac{3}{51} + \dots + \frac{50}{51}\right) - \left(\frac{51}{151} + \frac{52}{151} + \frac{53}{151} + \dots + \frac{100}{151}\right)$.

43. Определите, при каких натуральных значениях переменной a значение выражения:

а) $3a - 2(a - 3(a - 1)) - 4$ отрицательно;

б) $5 - 3(a - 2(a + 1)) - 9a$ положительно.

44. а) Одно число при делении на восемь дает остаток три, а другое число при делении на четыре дает остаток один. Докажите, что сумма этих чисел делится на четыре без остатка.

б) Одно число при делении на десять дает остаток три, а другое число при делении на пять дает остаток два. Докажите, что сумма этих чисел делится на пять без остатка.

Уровень С

45. Определите, при каких натуральных значениях переменной a значение выражения:

а) $3(0,7a + 0,8) + 6(a - 2(0,4a + 1,2))$ отрицательно;

б) $2(0,8a + 1,9) + 5(a - 7(0,3a - 0,2))$ положительно.

46. Докажите, что не может быть простым числом сумма:

а) четырех последовательных натуральных чисел;

б) пяти последовательных натуральных чисел.

47. а) Катер с собственной скоростью u км/ч движется по реке (скорость течения v км/ч). Катер проплыл пять часов по течению и три часа против течения. Составьте выражение для средней скорости катера. Сравните среднюю и собственную скорости катера.

б) Катер с собственной скоростью u км/ч движется по реке (скорость течения v км/ч). Катер проплыл три часа по течению и пять часов против течения. Составьте выражение для средней скорости катера. Сравните среднюю и собственную скорости катера.

Содержание

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
I. ВЫРАЖЕНИЯ, ТОЖДЕСТВА, УРАВНЕНИЯ	4
1. Выражения	4
2. Преобразование выражений	9
3. Уравнения с одной переменной	11
4. Статистические характеристики	14
II. ФУНКЦИИ	15
5. Функции и их графики	15
6. Линейная функция	19
III. СТЕПЕНЬ С НАТУРАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ	23
7. Степень и ее свойства	23
8. Одночлены	27
IV. МНОГОЧЛЕНЫ	31
9. Сумма и разность многочленов	31
10. Произведение одночлена и многочлена	34
11. Произведение многочленов	38
V. ФОРМУЛЫ СОКРАЩЕННОГО УМНОЖЕНИЯ	43
12. Квадрат суммы и квадрат разности	43
13. Разность квадратов. Сумма и разность кубов	46
14. Преобразование целых выражений	50
VI. СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ	55
15. Линейные уравнения с двумя переменными и их системы	55
16. Решение систем линейных уравнений	61
ОТВЕТЫ	70